

Podstawy szacowania błędów pomiarowych.

Kamil Cecherz

Definicja:

Błąd pomiaru jest to różnica pomiędzy wynikiem pomiaru, a rzeczywistą wartością mierzonej wielkości.

Błąd bezwzględny – różnica pomiędzy wartością zmierzoną x a wartością rzeczywistą x_0

$$\Delta x = x_i - x_0$$

Teoria:

Niepewność pomiaru – parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.

Niepewność standardowa – niepewność wyniku pomiaru wyrażona w formie odchylenia standardowego (na przykład odchylenie standardowe średniej).

Rodzaje błędów pomiarowych:

- **Grube**

- ☐ Błędy grube wynikają, ogólnie mówiąc, z niestaranności wykonania pomiaru.

- **Systematyczne**

- ☐ Polegają one na nieuwzględnieniu jakiegoś czynnika stale wpływającego na pomiar.

- **Przypadkowe**

- ☐ Wszystkie czynniki wpływają na pomiar w sposób przypadkowy, raz zmniejszając, raz zwiększając mierzoną wartość.

- **W punkcie kontrolnym**

- ☐ Jest to błąd pomiaru przyrządu pomiarowego lub układu pomiarowego przy określonej wartości wielkości mierzonej.

- **W zerze**

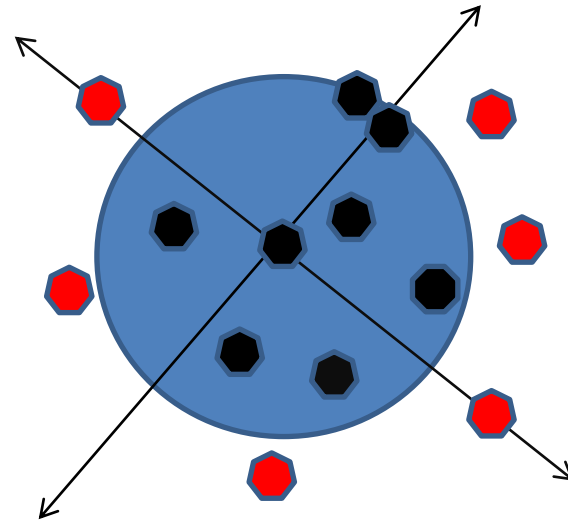
- ☐ Jest to błąd pomiaru w punkcie kontrolnym, kiedy określona zmierzona wartość jest równa zeru. Przykładowo, dla wag elektronicznych błąd ten oznacza stabilność wskazania zerowego.

Czynniki wpływające na wynik pomiaru:

- **Przyrząd pomiarowy.** Każdy przyrząd ma określoną dokładność. Np. linijką centymetrową zmierzmy długość ciała z dokładnością do 1 mm.
- **Niedokładne określenie mierzonej wielkości.** Wiele wielkości fizycznych ma charakter statystyczny. Przykładem takiej wielkości jest temperatura. Wielkości tego rodzaju ze względu na fluktuacje nie mogą być zmierzone dowolnie dokładnie.
- **Niedokładność odczytu.**
- **Czynniki zewnętrzne.** W czasie pomiaru ziemskiego pola magnetycznego, należy uwzględnić zewnętrzne pole magnetyczne konstrukcji np. centralnego ogrzewania. W czasie pomiaru oporu żarówki należy uwzględnić zmianę temperatury.
- **Czynnik ludzki.** Błędy powstające w wyniku niedokładności mierzącego, jego nieuwagi, niedoskonałości.

Miary Rozproszenia

- Miary rozproszenia (dyspersji) to miary wykorzystywane do określenia rozkładu wartości zmiennej wokół wartości centralnej np. średniej.
- Do miar rozproszenia zaliczamy:
 - ☐ rozstęp,
 - ☐ odchylenie standardowe,
 - ☐ wariancję,
 - ☐ współczynnik zmienności



Rozstęp

- Jest to różnica między wartością maksymalną a minimalną w pomiarze.

$$(X_{max} - X_{min})$$

Wariacja

- Suma kwadratów odchyleń wyników od średniej dzielona przez liczbę wyników minus jeden.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + \dots + (x_n - m)^2}{n - 1}$$

A = {**x**₁, **x**₂..., **x**_n} - zbiór danych

m - średnia arytmetyczna ze zbioru **A**

Odchylenie standardowe

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Odchylenie standardowe informuje nas jak bardzo wartości jakieś zmiennej są rozrzucone wokół średniej. Wysokie wartości odchylenia standardowego świadczą o dużym rozproszeniu wyników wokół średniej.

Współczynnik zmienności

- Iloraz odchylenia standardowego i średniej arytmetycznej przemnożony przez 100%

$$SD / M * 100\%$$

SD – odchylenie standardowe

M – średnia arytmetyczna

Metoda Studenta – Fishera

(wykorzystanie praktyczne)

- 1) Wykonujemy n-krotnie pomiar tej samej wielkości fizycznej x otrzymując wartości: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Otrzymane wyniki choć zbliżone, to jednak na ogół będą się nieco różnić.

Wyniki:

421
420
440
421
422
426
419
419
420
446

```
package stoper;

public class Stoper {

    public static void main(String[] args) {
        policz();
    }

    public static void policz() {
        double a = System.currentTimeMillis();
        int c = 0;

        for (int i = 0; i < 1000000000; i++) {
            c += i;
        }

        double b = System.currentTimeMillis();

        System.out.println(b - a);
    }
}
```

stoper.Stoper > main >

stoper.Stoper (run) x

run:
446.0
BUILD SUCCESSFUL (total time: 0 seconds)



Metoda Studenta – Fishera

(wykorzystanie praktyczne)

- 2) Wynik końcowy
przyjmujemy
średnią
arytmetyczną
wyznaczoną dla
całej serii.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$X_{\text{ŚR}} = (421+420+440+421+422+426+419+419+420+446)/10 = \\ 4254/10 = \\ 425.4$$

Metoda Studenta – Fishera

(wykorzystanie praktyczne)

- 3) Na podstawie rozkładu Studenta-Fishera określa się przedział $\langle \bar{x} - \Delta x_\alpha, \bar{x} + \Delta x_\alpha \rangle$, w którym wartość prawdziwa x badanej wielkości mieści się z prawdopodobieństwem α nazywanym „poziomem ufności”.

Ostatecznie zatem: $x = \bar{x} \pm \Delta x_\alpha$ gdzie $\Delta x_\alpha = t_\alpha \cdot S$

Metoda Studenta – Fishera

(wykorzystanie praktyczne)

t_α

jest współczynnikiem rozkładu t-Studenta S liczymy z wzoru:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

mamy jednak możliwość policzenia odchylenia standardowego, które powiązane jest z S za pomocą zależności:

$$S = \sigma / \sqrt{n}$$

=ODCH.STANDARDOWE(C31:C40)/
PIERWIASTEK(10) – do liczenia użyjemy
Excel

i	x_i [s]
1	421
2	420
3	440
4	421
5	422
6	426
7	419
8	419
9	420
$n=10$	446

$$S = 3,033883$$

Metoda Studenta – Fishera

(wykorzystanie praktyczne)

Wartości współczynników rozkładu t- Studenta							
dla wybranych poziomów ufności α i liczb pomiarów w serii n							
n \ α	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
2	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,578
3	1,386	1,886	2,920	4,403	6,965	9,925	31,6
4	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
5	1,19	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,61
6	1,156	1,467	2,015	2,571	3,366	4,032	6,869
7	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
8	1,119	1,415	1,895	2,368	2,998	3,499	5,408
9	1,108	1,397	1,85	2,306	2,896	3,365	5,041
10	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
11	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
12	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
13	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
14	1,079	1,350	1,771	2,16	2,650	3,012	4,221
15	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,14
16	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
17	1,071	1,337	1,746	2,12	2,583	2,921	4,015
18	1,069	1,333	1,74	2,11	2,567	2,898	3,965
19	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
20	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
21	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,85
22	1,063	1,323	1,721	2,08	2,518	2,831	
23	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	
24	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	
25	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,787	
...							
∞	1,041	1,289	1,658	1,98	2,358	2,617	3,373

Metoda Studenta – Fishera

(wykorzystanie praktyczne)

- Błąd wyniku końcowego rozumianego jako średnia arytmetyczna z serii znajdujemy z wzoru:

$$\Delta x_{\alpha} = t_{\alpha} \cdot S$$

- rezultat eksperymentu w standardowej postaci:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x_{\alpha}$$

=ROZKŁAD.T.ODW(0,05;9) - 2,262157163

$$\Delta x_{\alpha} = 6,863119558$$

$$425.4 + 6,86; 425.4 - 6.86$$

$$\mathbf{X = (432,26 +/- 418,54)}$$

Źródła:

- 1) http://www.bryk.pl/wypracowania/fizyka/jedno%C5%9B%C4%87_mikro_i_makro%C5%9Bwiata/13242-rodzaje_b%C5%82%C4%99d%C3%B3w_pomiarowych.html
- 2) <http://centrum-metrologii.pl/metrologia-przemyslowa-2/blady-pomiaru>
- 3) https://pl.wikipedia.org/wiki/Niepewno%C5%9B%C4%87_pomiaru
- 4) https://pl.wikipedia.org/wiki/B%C5%82%C4%85d_bezwzgl%C4%99dny
- 5) http://www.if.pw.edu.pl/~labfiz1p/cmsimple2_4/1instrukcje_pdf/ONP%20-%20poradnik.pdf - OKREŚLANIE NIEPEWNOŚCI POMIARÓW (poradnik do Laboratorium Fizyki), Andrzej Kubiacyk Laboratorium Fizyki I Wydział Fizyki, Politechnika Warszawska
- 6) <http://www.stronafizyki.republika.pl/informacje/pomiary.htm>
- 7) <http://statystykaopisowa.com/miary-rozproszenia/>
- 8) http://www.matmana6.pl/tablice_matematyczne/liceum/statystyka/44-mediana_wariancja_i_odchylenie_standardowe
- 9) <http://matematyka.pisz.pl/strona/1028.html>
- 10) <http://cmf.p.lodz.pl/jtomasz/jtomasz/laboratoria/met%20SF%20i%20nkw.pdf> Metoda Studenta-Fishera określania błędów małej serii pomiarów.
- 11) <http://cmf.p.lodz.pl/jtomasz/jtomasz/laboratoria/metoda%20SF.xls> - Metoda Studenta - Fishera opr. Janusz Tomaszewski CMF PŁ
- 12) <http://stackoverflow.com/questions/9707938/calculating-time-difference-in-milliseconds>

Linki sprawdzono dn. 20.01.2017